Université Abou Bekr Belkaid Tlemcen
Faculté de Technologie
Spécialité GI

Année 2016-2017
1ère Année
Algèbre

Test 1

Nom : Madjer Prénom : Rabah. Groupe : 12

1. Donner la négation de la proposition : $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}; (x + y = 0)$

2. Montrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}.\ \sum\limits_{k=n}^{2n} k = \frac{3}{2}n(n+1)$

1. La négation de la proposition donnée est : $\exists x \in \mathbb{N}, \forall y \in \mathbb{N}, (x+y \neq 0)$

2. $\forall n \in \mathbb{N}, \sum\limits_{k=n}^{2n} k = \frac{3}{2} n(n+1)$

Pour $n=0$ $\quad 0 = \frac{3}{2} \times 0 = 0$ vérifiée.

On suppose que $\sum\limits_{k=n}^{2n} k = \frac{3}{2} n(n+1)$ (Hypothèse de Récurrence)

Il faut montrer que $\sum\limits_{k=n+1}^{2n+2} k = \frac{3}{2}(n+1)(n+2)$

$$\sum_{k=n+1}^{2n+2} k = \sum_{k=n+1}^{2n} k + (2n+1) + (2n+2)$$

$$= \sum_{k=n+1}^{2n} k + (2n+1) + (2n+2) + n - n$$

$$= \sum_{k=n}^{2n} k + (2n+1) + (2n+2) - n$$

$$(H.R) = \frac{3}{2} n(n+1) + 3n + 3$$

$$= \frac{3}{2} n(n+1) + 3(n+1)$$

$$= \frac{3}{2}(n+1)(n+2) \quad \text{Cqfd.}$$

Donc $\forall n \in \mathbb{N}, \sum\limits_{k=n}^{2n} k = \frac{3}{2} n(n+1)$

Université Abou Bekr Belkaid Tlemcen
Faculté de Technologie
Spécialité GI

Année 2016-2017
1ère Année
Algèbre

Test 1

Nom : Belloumi Prénom : Lakhdar Groupe : 11

1. La proposition suivante est-elle vraie ? $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}; (y < x^2)$

2. Soit $a \geq 0$ un nombre réel fixé, démontrer par récurrence que pour tout $n \geq 1$ on a : $(1+a)^n \geq 1 + na$

1. $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}; y < x^2$ est une proposition fausse.

Il suffit de considérer le contre exemple :

pour $x = 0$, il n'existe pas de $y \in \mathbb{N}$; tel que $y < 0$.

2. $a \geq 0$, pour $n \geq 1$ $(1+a)^n \geq 1 + na$

Pour $n = 1$ $(1+a) \geq 1+a$ vérifiée.

Supposons que $(1+a)^n \geq 1+na$ (Hypothèse de Récurrence)

Il faut montrer que $(1+a)^{n+1} \geq 1 + (n+1)a$

$$\underset{(H.R)}{(1+a)^n \geq 1+na} \Rightarrow (1+a)^{n+1} \geq (1+na)(1+a) \quad \left(\begin{matrix} a \geq 0 \\ (1+a) > 0 \end{matrix} \right)$$

$$\Rightarrow (1+a)^{n+1} \geq 1 + a + na + na^2$$

$$\Rightarrow (1+a)^{n+1} \geq 1 + (n+1)a + na^2 \geq 1 + (n+1)a \quad (na^2 \geq 0)$$

$$\Rightarrow (1+a)^{n+1} \geq 1 + (n+1)a \quad \text{cqfd.}$$

Donc $\forall n \geq 1 \quad (1+a)^n \geq 1+na$.