

Fiche de TD 3

**Exercice 1 :** Mettre sous la forme algébrique les nombres complexes suivants :

$$z_1 = \frac{3+6i}{3-4i}, \quad z_2 = \left(\frac{1+i}{2-i}\right)^2, \quad z_3 = \frac{2+5i}{1-i} + \frac{2-5i}{1+i}$$

**Exercice 2 :** Mettre sous la forme géométrique les nombres complexes suivants :

$$z_1 = \frac{\sqrt{6}-i\sqrt{2}}{2}, \quad z_2 = 1 - i$$

Puis en déduire le module et l'argument de  $\frac{z_1}{z_2}$ .

**Exercice 3 :** Trouver les racines carrées de :

$$z_1 = 3 - 4i, \quad z_2 = 24 - 10i$$

**Exercice 4 :** Calculer les racines carrées de

$$z_2 = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$$

En déduire les valeurs de  $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$  et  $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$ .

**Exercice 5 :** Résoudre dans  $\mathbb{C}$  les équations suivantes

$$z^2 - (1 + 2i)z + i - 1 = 0$$

$$z^2 - \sqrt{3}z - i = 0$$

$$z^4 + 10z^2 + 169 = 0$$

**Exercice 6 :** Trouver les racines cubiques de

$$z_1 = 2 - 2i, \quad z_2 = 11 + 2i$$

**Exercice 7 :**

1. Donner les racines cubiques de  $z = 1$ , et montrer que celles-ci s'écrivent  $1, j, j^2$ .
2. Calculer  $1 + j + j^2$ .
3. Donner les racines  $n^{\text{ième}}$  de  $z = 1$ , et montrer que celles-ci s'écrivent  $1, w, w^2, \dots, w^{n-1}$ .
4. Calculer  $1 + w + w^2 + \dots + w^{n-1}$ .