

Fiche de TD 2

Exercice 1 : Calculer les intégrales indéfinies suivantes :

$$I_1 = \int (x^2 + 3x + 1)e^x dx; \quad I_2 = \int (3x^2 + x)\cos x dx; \quad I_3 = \int (x^2 - 1)\sin x dx;$$

$$I_4 = \int x^n \ln x dx \quad n \in \mathbb{N}; \quad I_5 = \int \text{Arctg} x dx; \quad I_6 = \int \text{Arcsin} x dx.$$

Exercice 2 : Trouver une relation entre I et J, puis calculer I et J.

- $I = \int (\sin x) \cdot e^x dx; \quad J = \int (\cos x) \cdot e^x dx.$
- En déduire la valeur de $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x) \cdot e^x dx$

Exercice 3 : Utiliser un changement de variable pour calculer ce qui suit :

$$I_1 = \int \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx; \quad I_2 = \int \frac{\ln^2 x}{x} dx; \quad I_3 = \int \frac{1}{\sqrt{5-x^2}} dx; \quad I_4 = \int \frac{1}{2\sin^2 x + 3\cos^2 x} dx$$

$$I_5 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{\sin^2 x - 5\sin x + 6} dx \text{ (indication : on donne } \frac{1}{t^2 - 5t + 6} = \frac{A}{t-3} + \frac{B}{t-2}); \quad I_6 = \int_1^2 \frac{\sqrt{x-1}}{x} dx$$

Exercice 4 : Calculer ce qui suit

$$I_1 = \int \frac{1}{x^2 + 2x + 5} dx; \quad I_2 = \int \frac{1}{x^2 - 6x + 5} dx; \quad I_3 = \int \frac{x-1}{x^2 + 2x + 3} dx; \quad I_4 = \int \frac{x-1}{(x^2 + 2x + 3)^2} dx; \quad I_5 = \int \frac{x-1}{(x^2 + 2x + 3)(x+1)^2} dx$$

Exercice 5 : Calculer les intégrales suivantes

$$I_1 = \int \frac{1}{5-3\cos x} dx; \quad I_2 = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin^3 x} dx; \quad I_3 = \int \frac{1}{\cos x} dx; \quad I_4 = \int \frac{1}{4-5\sin x} dx;$$

$$I_5 = \int \sin^3 x dx; \quad I_6 = \int \cos^4 x dx;$$

Exercice 6 : Soit f une fonction continue sur l'intervalle $[-a, a]; a > 0$. Montrer que

- Si f est paire alors $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx.$
- Si f est impaire alors $\int_{-a}^a f(x) dx = 0.$

Exercice 7 : Une voiture roule à une vitesse $v(t) = v_0 t(1-t) \text{ kmh}^{-1}$, durant l'intervalle $0 \leq t \leq 1 \text{ h}$. Quelle a été sa vitesse maximale ? Quelle distance a-t-elle parcouru ?

Exercice 8 : (supplémentaire)

Calculer $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x)^n dx$, où $n \in \mathbb{N}$.

Indication : en utilisant une intégration par parties, commencer par trouver une relation entre I_n et I_{n-2} .

Exercice 9 : (supplémentaire)

Calculer $I_n = \int_0^1 x^n \sqrt{1-x} dx$, où $n \in \mathbb{N}$.

Indication : en utilisant une intégration par parties, commencer par trouver une relation entre I_n et I_{n-1} .