Université de Tlemcen
Faculté des Sciences de L'ingénieur
$2^{ème}$ Année

Sciences & techniques de l'ingénieur
Année 2006-2007

Méthodes numériques appliquées
Fiche de TD n° 2

Exercice 1 :

Résoudre par la méthode de Gauss les systèmes suivants :

$$\begin{cases} 4x_1 + 8x_2 + 12x_3 = 4 \\ 3x_1 + 8x_2 + 13x_3 = 5 \\ 2x_1 + 9x_2 + 18x_3 = 11 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_4 = 2 \\ -4x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 7x_4 = -9 \\ 4x_1 + x_2 - 2x_3 + 8x_4 = 2 \\ -3x_2 - 12x_3 - x_4 = 2 \end{cases}$$

Exercice 2 :

Résoudre en utilisant la décomposition LU les systèmes d'équations linéaires Ax=b, pour

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Exercice 3 :

Soit la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 5 \\ 0 & 5 & 51 \end{pmatrix}$$

1. *Vérifier que la matrice A peut être décomposer par la méthode de Cholesky.*
2. *Résoudre alors le système Ax=b pour* $b=\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 10 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} 10 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Exercice 4 :

Résoudre le système $\begin{cases} 0.005x_1 + x_2 = 0.5 \\ x_1 + x_2 = 1 \end{cases}$

1. *Directement*
2. *par utilisation de la méthode de Gauss (commenter le résultat)*

Exercice 5 : *Pour a>0 on considère la matrice suivante*

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & a \end{pmatrix}, \quad et \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Décrire la méthode itérative de Gauss-Seidel pour la résolution du système Ax=b, puis donner les valeurs de a pour lesquelles il y'a convergence.