*Université Abou Bekr Belkaid Tlemcen*
*Faculté des Technologie*
*Spécialité Productique*

*Année 2012-2013*
*1ère Année*
*Outils Mathématiques*

*Fiche de TD 1*

***Exercice 1**: Calculer $f'(x)$ dans chacun des cas suivants :*

$$f(x) = x^x \quad ; \quad f(x) = e^{x^x} \quad ; \quad f(x) = cos(x^2) \quad ; \quad f(x) = cos^2(x)$$

***Exercice 2** : Calculer la dérivée nème des fonctions*

$$f(x) = e^{ax} \quad ; \quad f(x) = sinx \quad ; \quad f(x) = \frac{1}{1-x} \quad ; \quad f(x) = \frac{1}{1+x} \; ; f(x) = \frac{1}{1-x^2}$$

***Exercice 3**: Soit $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction continue, et soit $a \in \mathbb{R}$. On pose $f(x) = (x-a)g(x)$.*

*Montrer que $f$ est dérivable au point $a$ et donner $f'(a)$.*

***Exercice 4**: Soit $f, g$ deux fonctions qui ne s'annulent pas, continues sur l'intervalle $[a, b]$, dérivables sur $]a, b[$ telles que $f(a)g(b) = f(b)g(a)$. Montrer qu'il existe $c \in \,]a, b[$, tel que $\frac{f'(c)}{f(c)} = \frac{g'(c)}{g(c)}$.*

***Exercice 5**: Donner la dérivée des fonctions : Arctg(x), Arcsin(x) et Arcosin(x). En déduire que*

*Arcsin(x) + Arcosin(x)=constant, et trouver la valeur de cette constante.*

*( On rappelle les propriétés $y = tg(x) \Rightarrow x = arctg(y)$ et $arctg(tg(x)) = x$ et $tg(arctg(x)) = x$*

$$y = sin(x) \Rightarrow x = arcsin(y) \text{ et } arcsin(sin(x)) = x \text{ et } sin(arcsin(x)) = x$$

$$y = cos(x) \Rightarrow x = arcos(y) \text{ et } arcos(cos(x)) = x \text{ et } cos(arcos(x)) = x \text{ )}$$

***Exercice 6**: Soit $x$ et $y$, deux réels tels que $0 < x < y$. Montrer que*

$$x < \frac{y-x}{lny - lnx} < y$$

***Exercice 7**: En utilisant un développement de Taylor, calculer les limites suivantes :*

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1}{x} \; ; \quad \lim_{x\to 0} \frac{cosx - 1}{x} \; ; \quad \lim_{x\to 0} \frac{sinx - x}{x} ; ; \quad \lim_{x\to 0} \frac{ln(1+x) - x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}}{(sinx)^4}$$

***Exercice 8**: Calculer $\frac{\partial f}{\partial x}; \frac{\partial f}{\partial y}; \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}; \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}; \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}; \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ pour chacune des fonctions suivantes*

$$f(x,y) = e^x cosy; \;\; f(x,y) = ln\sqrt{x^2 + y^2}; \; f(x,y) = Arctg(x+y); \;\; f(x,y) = Arctg\left(\frac{y}{x}\right)$$

*On dira que f est une fonction harmonique ssi $\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$.*

*Parmi les fonctions précédentes, trouver celles qui sont harmoniques.*