Université Abou Bekr Belkaid Tlemcen — *Année 2012-2013*
Faculté des Sciences de l'Ingénieur — *$1^{ère}$ Année*
Spécialité Productique — *Algèbre*

Fiche de TD 1

<u>Exercice 1</u> : Soient p et q deux propositions données en utilisant la table de vérité, montrer que

1. $(\overline{p \Rightarrow q}) \Leftrightarrow (p \wedge \overline{q})$
2. $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\overline{q} \Rightarrow \overline{p})$

<u>Exercice 2 :</u> Soient p, q et r trois propositions données. En utilisant la table de vérité, vérifiez que les propositions suivantes sont vraies

1. $(p \vee q) \Leftrightarrow [(p \Rightarrow q) \Rightarrow q]$
2. $(p \Rightarrow q) \Rightarrow [(p \wedge r) \Rightarrow (q \wedge r)]$
3. $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow [(q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)]$

<u>Exercice 3</u> : Former la négation des propositions suivantes :

1. $[(p \Rightarrow q) \vee r] \wedge (\overline{p} \vee \overline{q})$
2. $[(p \wedge q) \vee r] \Rightarrow (p \wedge r)$

<u>Exercice 4</u> : Montrer à l'aide d'un exemple que la relation

$$(\forall x)(\exists y)P \Rightarrow (\exists y)(\forall x)P$$

n'est généralement pas vraie.

<u>Exercice 5</u> : Soit A et B deux ensembles donnés, montrer que si $A \cap B = A \cup B$ alors $A = B$.

<u>Exercice 6</u> : Soit A, B et C trois ensembles donnés, montrer que $A \cap C = A \cup B$ si et seulement si $B \subset A \subset C$.

<u>Exercice 7</u> : Soit A et B deux sous-ensembles d'un ensemble E. Montrer l'égalité

$$(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A).$$

<u>Exercice 8</u> : <u>Raisonnement par implication directe</u>

Sachant que pour tout entier naturel n on a : $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$, montrer que $\sum_{k=1}^{n}(2k-1) = n^2$

<u>Exercice 9</u> : <u>Raisonnement par récurrence</u>

Montrer par récurrence ce qui suit

1. $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$
2. $\sum_{k=1}^{n}(2k-1) = n^2$
3. $\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

<u>Exercice 10</u> : (supplémentaire) <u>Raisonnement par contraposition</u>

Montrer que : $n^2\ pair \Rightarrow npair$

<u>Exercice 11</u> : (supplémentaire) <u>Raisonnement par l'absurde</u>

Montrer que : 1. $\sqrt{2}$ ***est irrationnel.***

2. $\frac{ln(2)}{ln(3)}$ ***est irrationnel.***