Université de Tlemcen | ***Sciences & techniques***
Faculté des Sciences de L'ingénieur | ***de l'ingénieur***
$2^{ème}$ Année | ***Année 2006-2007***

Méthodes numériques appliquées
Fiche de TD n° 1

Exercice 1 :

Séparer les racines de l'équation : $f(x)=x^4+4x+2=0$.

Exercice 2 :

On se propose de résoudre l'équation : $f(x)=\cos(x)-x=0$ *(E)*

1/ Vérifier que (E) possède une solution unique dans l'intervalle [0,1].

2/ Résoudre (E)

a/ Par la méthode de dichotomie,
b/ Par la méthode des approximations successives,
c/ Par la méthode de Newton-Raphson.

3/ Estimer le nombre d'itérations qu'il faut faire, en appliquant les méthodes des approximations successives et de dichotomie, pour trouver la racine de (E) avec 10 décimales exactes.

Exercice 3 :

Soit $a>0$ *un réel donné, on désire calculer son inverse par la méthode de Newton-Raphson*

1/ Ecrire la formule de récurrence donnée par la méthode de Newton-Raphson.

2/ Montrer que la suite récurrente générée converge vers 1/a de manière quadratique.

Exercice 4 :

On considère l'équation : $f(x)=x^3+x-1=0$ *(E')*

1/ Montrer que (E') possède une solution unique dans l'intervalle [0, 1].

2/ Utiliser la méthode de Newton pour trouver la racine de (E') avec 4 décimales exactes.

3/ En remarquant que (E') peut être écrite sous la forme $x=g(x)$, *avec* $g(x)$ *l'une des deux fonctions :* $g(x)=1-x^3$ *ou* $g(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$.

Laquelle des deux fonctions choisiriez-vous pour appliquer la méthode des approximations successives ? (justifiez votre choix). Estimer alors le nombre d'itérations qu'il faut faire pour trouver la racine de (E') avec 4 décimales exactes.

4/ Quel est le nombre d'itérations qu'il faut faire, en utilisant la méthode de dichotomie pour calculer la racine de (E') avec 4 décimales exactes ?

Exercice 5 :

Montrer que l'équation $f(x)=e^x-x-3=0$ *possède une racine unique dans [1, 2].*
Utiliser la méthode des approximations successives pour donner une valeur approchée de cette racine.

Devoir :

Partie I :

Montrer que la méthode de Newton Raphson converge de manière quadratique.

Partie II :

On se propose de résoudre l'équation $f(x)=0$ *dans [a,b], pour cela on pose* $x_0=a$ *et* $x_1=b$, *et on trace la droite qui passe par les points* $(x_0, f(x_0))$ *et* $(x_1, f(x_1))$ *et on prend pour valeur de* x_2 *l'intersection de cette droite avec l'axe des x, et on réitère ce procédé. Donner la formule de récurrence obtenue par cette méthode. Interpréter le résultat.*