Université Abou Bekr Belkaid Tlemcen
Faculté des Sciences
Département de Mathématiques

Année 2009-2010
1ère Année MI
Algèbre II

Examen de rattrapage

***Exercice 1** : (07 points)*

Soient les ensembles suivants :

$$E_1 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 ; x + y - 3z = 0\} \quad \text{et} \quad E_2 = \{(x, \alpha x, x) \in \mathbb{R}^3 ; x \in \mathbb{R}\} \text{ où } \alpha \text{ est un paramètre réel.}$$

1. *Montrer que E_1 et E_2 sont des sous espaces vectoriels de $\mathbb{R}^3$.*
2. *Donner une base de E_1 et une base de E_2 ; puis déduire $dim\ E_1$ et $im\ E_2$.*
3. *Pour quelle(s) valeur(s) du paramètre α a-t-on : $\mathbb{R}^3 = E_1 \oplus E_2$?*

***Exercice 2** : (06 points)*

Soit l'application linéaire suivante :

$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$$
$$(x,y,z) \mapsto f(x,y,z) = (x+y, x+y, x+y+z)$$

1. *Déterminer kerf le noyau de f et en déduire dim(kerf).*
2. *f est-elle injective ? f est elle-surjective ? f est-elle bijective ?*
3. *Donner dim(Imf) ; puis donner une base de Imf.*

***Exercice 3** : (07 points)*

Soit la matrice

$$M = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 2 \\ -2 & 5 & 4 \\ 1 & -5 & -4 \end{pmatrix}$$

1. *Calculer $\left(M^3 + 2M^2 - M\right)$.*
2. *<u>En utilisant ce qui précède</u> ; montrer que M est inversible et donner M^{-1}.*