

**Examen de rattrapage**

**Exercice 1 : ( 04pts)**

1. **Rappeler la définition d'une équation diophantienne.**
2. **Sous quelle condition l'équation diophantienne :**

$$ax + by = 1$$

**admet-elle des solutions ?**

**Exercice 2 : (06pts)**

**Soit l'application :**

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ telle que } f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$$

1. ***f* ainsi définie est-elle injective ? surjective ?**
2. **Donner  $f(\mathbb{R})$ ; l'image directe de  $\mathbb{R}$  par l'application *f*.**

**Exercice 3 : (06pts)**

**On définit dans  $\mathbb{R}$  la relation  $\mathcal{R}$  par :  $x\mathcal{R}y \Leftrightarrow x^3 - 3x = y^3 - 3y$**

1. **Vérifier que  $\mathcal{R}$  est une relation d'équivalence.**
2. **Déterminer à ; la classe d'équivalence du réel *a* .**

**Exercice 4 : (04pts)**

**Sur  $\mathbb{R} - \{-1\}$  on définit la loi  $*$  comme suit :**

$$x * y = x + y + xy$$

1. **Vérifier que  $*$  est une l.c.i (loi de composition interne).**
2. **Montrer que  $(\mathbb{R} - \{-1\}, *)$  est un groupe commutatif.**