*Université Abou Bekr Belkaid Tlemcen*
*Faculté des Sciences*
*Département de Mathématiques*

*Année 2010-2011*
*1ère Année MI*
*Algèbre II*

# *Examen de rattrapage*

***Exercice 1** : (08 pts)*

*Soient $E$ et $F$ deux $\mathbb{R}$-espace vectoriels, et soit $f: E \to F$ une application linéaire .*

*On rappelle que le noyau de $f$ est l'ensemble : $Kerf = \{X \in E; f(X) = 0_F\}$.*

*Montrer que :*

$$f \text{ est injective } \Leftrightarrow kerf = \{0_E\}$$

***Exercice 2** : (04 pts)*

*Soit la matrice :*

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

*Vérifier que $A$ est inversible et calculer $A^{-1}$.*

***Exercice 4** : (08 pts)*

*Soient les sous espaces vectoriels de $\mathbb{R}^3$ suivants :*

$E_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x + y - 3z = 0\}$ *et* $E_2 = \{(x, \alpha x, x) \in \mathbb{R}^3; x \in \mathbb{R}\}$ *où $\alpha$ est un paramètre réel.*

1. *Donner une base de $E_1$ et une base de $E_2$ ; et en déduire $dim\, E_1$ et $dim\, E_2$ .*
2. *Pour quelle(s) valeur(s) du paramètre $\alpha$ a-t-on : $\mathbb{R}^3 = E_1 \oplus E_2$ ?*