

Rattrapage

Exercice 1 : (10 pts)

1. Montrer que la matrice $P = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ est inversible, et calculer P^{-1} .
2. Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$, trouver une matrice diagonale D telle que $A = PDP^{-1}$.
3. On considère les suites $(u_n)_n$ et $(v_n)_n$ définies par $u_0 = 1$ et $v_0 = 1$, et

$$\begin{cases} u_n = \frac{4}{5}u_{n-1} + \frac{2}{5}v_{n-1} \\ v_n = \frac{1}{5}u_{n-1} + \frac{3}{5}v_{n-1} \end{cases}$$

Calculer alors $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ et $\lim_{n \rightarrow \infty} v_n$.

Exercice 2 : (10 pts)

1. Soit l'application f définie de \mathbb{R} vers \mathbb{R} par : $g(x) = \begin{cases} 2x + 2 & \text{si } x < 0 \\ -x + 2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

Montrer que g n'est ni injective ni surjective.

2. Soit l'application f définie de \mathbb{R} vers \mathbb{R} par : $f(x) = \begin{cases} 2x + 2 & \text{si } x < 0 \\ x + 2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

Montrer que f est injective et surjective, et donner l'expression de sa fonction réciproque $f^{-1}(x)$.

3. Donner l'expression de $(g \circ f)(x)$

Barème :

Exercice1 : 10 points = 1. 02pts ; 2. 03pts ; 3. 05pts.

Exercice2 : 10 points = 1. 03pts ; 2. 03pts ; 3. 04pts .