

Examen final

Exercice1: (10 pts)

Soient les deux matrices $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{2}{3} & 1 \end{pmatrix}$ et $N = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & -1 \\ 0 & 0 & \frac{4}{3} \end{pmatrix}$

1. Calculer MN

2. Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$; par deux méthodes différentes calculer $\det(A)$.

3. Calculer A^{-1} . (On rappelle que $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} {}^t\text{com}(A)$)

4. En déduire la solution du système

$$\begin{cases} x - 2y + z = 4 \\ y - 2z = 16 \\ 2x - y = 12 \end{cases}$$

Exercice2: (10 pts)

Soit l'application f définie de \mathbb{R} vers \mathbb{R} par : $f(x) = |x - 2| + 2x$

1. f est-elle injective ?

2. f est-elle surjective ?

3. Calculer $(f \circ f)(x)$.

4. Montrer que $(f \circ f)$ est bijective.

Barème :

Exercice1 : 10 points = 1. 02pts ; 2. 02pts + 02pts ; 3. 02pts ; 4. 02pts .

Exercice2 : 10 points = 1. 02pts ; 2. 02pts ; 3. 03pts ; 4. 03pts .