

Maths 05
Méthodes numériques appliquées
Examen final
Durée 1h30mn

Problème (12 pts) :

I/ Résoudre par la méthode de Gauss le système suivant :

$$\begin{cases} 4x_1 + 10x_2 + 30x_3 = 22 \\ 10x_1 + 30x_2 + 100x_3 = 60 \\ 30x_1 + 100x_2 + 354x_3 = 186 \end{cases}$$

II/ Un projectile est lancé dans le vide, au moyen d'un mortier faisant un angle $\alpha < \pi/2$ avec l'horizontale. Un radar a enregistré les positions du projectile sur sa trajectoire, elles sont données par $M_1(1,3)$, $M_2(2,6)$, $M_3(3,7)$ et $M_4(4,6)$, sachant que la trajectoire est de la forme parabolique : $f(x) = ax^2 + bx + c$.

- 1) Déterminer l'équation de la trajectoire en utilisant la méthode d'approximation par les moindres carrés.
- 2) En utilisant la méthode de Newton-Raphson, avec $x_0 = 6$ déterminer les coordonnées du point de chute du projectile, sachant qu'il se trouve au même niveau de la position du tir. Donner le résultat avec trois (03) chiffres significatifs exacts en prenant comme estimation de l'erreur : $e_k = |x_{k+1} - x_k|$.
- 3) Trouver la position exacte du point de chute. Quelle est l'erreur commise en comparant ce résultat avec celui obtenu par la méthode de Newton-Raphson en 2).

Exercice (08 pts) :

- 1) Rappeler la définition du degré de validité d'une méthode d'intégration numérique.
- 2) On considère l'intégrale suivante $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$.
 - i) Donner la valeur exacte de I.
 - ii) Utiliser la méthode des trapèzes composée pour donner une approximation de I, en prenant pour pas $h=0.25$.

3) Soit l'intégrale $J = \int_1^{+\infty} \frac{dx}{2\sqrt{x}(1+x)}$

Expliquer pourquoi on ne peut pas appliquer la méthode des trapèzes pour évaluer numériquement l'intégrale J. Proposer alors une solution puis donner une approximation de la valeur de J.

Barème : Problème : I/ 03pts, II/ 1) 04pts, 2) 03pts, 3) 02pts
Exercice : 1) 02pts, 2) i) 1pt, ii) 02pts, 3) 03pts