

**Examen final**

**Exercice 1 :**

1. Résoudre l'équation diophantienne suivante :

$$74x + 54y = 2000$$

2. Trouver la solution  $(x, y)$ , telle que  $x > 0$  et  $y > 0$ .

**Exercice 2 :** Soit la matrice  $P = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

1. Calculer  $P^{-1}$ .

2. Soit la matrice  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ , calculer le produit des trois matrices  $P^{-1}AP$ .

3. Dédurre de ce qui précède l'expression de  $A^n$ .

**Exercice 3 :** Soient  $a, b, k$  et  $n$  des entiers naturel non nuls

Montrer par deux méthodes différentes l'implication suivante :

$$a \equiv b[k] \Rightarrow a^n \equiv b^n[k]$$

Barème :

**Exercice 1 :** 7 points ; question1= 4points, question2= 3points.

**Exercice 2 :** 8 points ; question1= 3points, question2= 3points, question3= 2points.

**Exercice 3 :** 5 points ; première méthode = 2.5 point, deuxième méthode= 2.5 point.