

Examen final

Exercice 1 :

Faire l'étude de bifurcation et tracer le diagramme de bifurcation pour l'équation suivante :

$$\dot{x} = \lambda x + x^3 - x^5$$

Facultatif : Quel est l'effet du terme $(-x^5)$?

Exercice 2 :

Soit le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = x + \lambda y - x^2 \end{cases} \quad (S)$$

1. Montrer qu'une bifurcation de Hopf se produit pour une valeur du paramètre $\lambda = \lambda^*$ à déterminer.
2. Montrer qu'il s'agit d'une bifurcation de Hopf dégénérée.

Exercice 3 :

Faire l'étude de bifurcation au voisinage de l'origine de l'équation suivante :

$$\dot{x} = \lambda_1 + \lambda_2 + (\lambda_1^3 + \lambda_2)x + \lambda_1 \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6}$$