

Examen Final

Exercice 1 : (10pts)

Le tableau suivant donne les notes Y obtenues par des étudiants à un examen, et le nombre d'heures X qu'ils ont consacré quotidiennement à l'application mobile Tik-Tok :

$X \backslash Y$	$0 \leq Y < 5$	$5 \leq Y < 10$	$10 \leq Y < 15$	$15 \leq Y < 20$
0	0	0	2	14
1	0	0	12	15
2	0	2	14	0
3	2	15	1	0
4	13	10	0	0

1. Calculer le coefficient de corrélation entre Y et X . Que pouvez-vous conclure ?
2. Donner l'équation de la droite de régression de Y en X .
3. Selon cette étude, combien de temps un étudiant aurait-il dû passer au maximum sur Tik-Tok pour obtenir une note supérieure ou égale à 12?

Exercice 2 : (10pts)

Afin de mieux gérer les commandes, un directeur d'usine réalise une étude relative aux délais d'attente avant chaque livraison d'une commande. Il obtient le tableau suivant

Délai de livraison en jours X	$[0, 10[$	$[10, 20[$	$[20, 30[$	$[30, 40[$	$[40, 50[$	$[50, 60[$
Nombre de commande n_i	3	6	10	7	3	1

1. Tester l'ajustement par un test du χ^2 (khi deux), des données observées par une loi Normale $N(27 ; 12)$ au seuil de signification $\alpha = 0.75$

Corrigé type

Examen Proba-Stat M1 GI

Exercice1 :

1. Ici N=100 Loi du couple (X,Y)

X \ Y	02,50	07,50	12,50	17,50	
00,00	00,00	00,00	00,02	00,14	00,16
01,00	00,00	00,00	00,12	00,15	00,27
02,00	00,00	00,02	00,14	00,00	00,16
03,00	00,02	00,15	00,01	00,00	00,18
04,00	00,13	00,10	00,00	00,00	00,23
	00,15	00,27	00,29	00,29	01,00

MoyX= 02,05
 MoyY= 11,10
 Cov(X,Y)= -06,63
 V(X)= 02,0075 Ecart(X)= 01,4169
 V(Y)= 27,04 Ecart(Y)= 05,20
 ρ= -0,8999

05points

On peut en déduire qu'il y a corrélation linéaire en Y et X.

2. Y=aX+b a= -03,30 b= 17,8650

$$Y = -3,3 X + 17,865$$

02points

3.

$$Y \geq 12 \Leftrightarrow -3,3X + 17,865 \geq 12$$

$$\Leftrightarrow X \leq 1,78$$

L'étudiant aurait dû passer au maximum 1,78 heure soit encore 1heure 47 minutes sur l'application Tik -Tok pour obtenir une note supérieure ou égale à 12/20.

03points

Remarque : Moins l'étudiant passera de temps sur l'application Tik -Tok, meilleure sera sa note (ce n'est que du bon sens) ; ceci est aussi dû au fait que $a = -3,3 < 0$.

Exercice2 :

Ici $N=30$.

On commence par calculer les probabilités théoriques, en utilisant la table de la loi normale centrée réduite, par exemple

$$P(40 \leq X < 50) = P\left(\frac{40 - 27}{12} \leq \frac{X - 27}{12} < \frac{50 - 27}{12}\right) = F(1,92) - F(1,08) = 0,9726 - 0,8599 = 0,1127$$

On obtient ainsi le tableau suivant

X	$0 \leq X < 10$	$10 \leq X < 20$	$20 \leq X < 30$	$30 \leq X < 40$	$40 \leq X < 50$	$50 \leq X < 60$
ni observés	3	6	10	7	3	1
Pi théoriques	0,0656	0,2032	0,3177	0,2612	0,1127	0,0244
$Np_i=30p_i$	1,968	6,096	9,531	7,836	3,381	0,732

05points

La condition $Np_i > 5$ n'est pas satisfaite pour la première et les deux dernières classes on doit donc les regrouper

X	$0 \leq X < 20$	$20 \leq X < 30$	$30 \leq X < 60$
ni observés	9	10	11
Pi théoriques	0,2688	0,3177	0,3983
$Np_i=30p_i$	8,064	9,531	11,949

03points

Maintenant que la condition $Np_i > 5$ est vérifiée on peut calculer le χ^2_{cal}

$$\chi^2_{cal} = \frac{(9 - 8,064)^2}{8,064} + \frac{(10 - 9,531)^2}{9,531} + \frac{(11 - 11,949)^2}{11,949} \approx 0,2071$$

ddl=3-1=2 et $\alpha = 0,75$, de la table du χ^2 on trouve que $\chi^2_2(0,75) = 0,58$

Donc

$$\chi^2_{cal} < \chi^2_{thque}$$

En conclusion, les données observées peuvent être ajustées par une loi normale $N(27 ; 12)$ au seul de signification $\alpha = 0,75$.

02points