

Contrôle continu

Exercice 1 : (06 pts)

1. Résoudre l'équation diophantienne suivante :

$$246x + 134y = 20.$$

Exercice 2 : (07 pts)

Soit l'application f définie comme suit :

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto f(x) = |2x + 5|$$

1. f est-elle injective ?
2. f est-elle surjective ?
3. Trouver les plus grands intervalles possibles $A \subset \mathbb{R}$ et $B \subset \mathbb{R}$ tels que l'application :

$$g: A \rightarrow B \\ x \mapsto g(x) = |2x + 5|$$

soit une application bijective.

4. Donner alors l'expression de $g^{-1}(x)$.

Exercice 3 : (07 pts)

Soit f et g deux applications définies de \mathbb{R} vers \mathbb{R} par :

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 2 & \text{si } x < 0 \\ x + 2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad g(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{si } x < 1 \\ 4x - 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

1. Donner les expressions de $(f \circ g)(x)$ et $(g \circ f)(x)$.
2. Montrer que g est bijective.
3. Trouver les applications h_1 et h_2 telles que $g \circ h_1 = f$ et $h_2 \circ g = f$.