

Contrôle continu

Exercice 1 :

Faire l'étude de bifurcation et tracer le diagramme de bifurcation pour chacune des équations suivantes :

1. $\dot{x} = \lambda - 3x^2$

2. $\dot{x} = 5 - \lambda e^{-x^2}$

3. $\dot{x} = \lambda x - \frac{x}{1+x^2}$

4. $\dot{x} = x + \frac{e^{\lambda x} - e^{-\lambda x}}{e^{\lambda x} + e^{-\lambda x}}$

5. $\dot{x} = \lambda x - x e^x$

Exercice 2 :

Soit le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = 1 - (\lambda + 1)x + ayx^2 \\ \dot{y} = \lambda x - ayx^2 \end{cases} \quad (S)$$

Où $x \geq 0$, $y \geq 0$; et $\lambda > 0$ et $a > 0$.

1. Trouver le(s) point(s) d'équilibre du système (S) .

2. Montrer qu'une bifurcation de Hopf se produit pour une valeur du paramètre $\lambda = \lambda^*$ à déterminer.

3. Esquisser le portrait de phase

4. Donner une approximation de la période du cycle limite lorsque $\lambda \approx \lambda^*$.

5. En justifiant votre réponse ; dire si l'apparition du cycle limite se produit pour $\lambda > \lambda^*$ ou pour $\lambda^* > \lambda$.